

Metodología de la investigación avanzada: introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones Parte VI: Grafos

Pablo F. Argibay

RESUMEN

Una forma de modelar las complejas relaciones que se establecen entre los diferentes componentes de un sistema es a través de su abstracción matemática. La teoría de grafos estudia la estructura de las mencionadas relaciones y permite un análisis y cuantificación de las relaciones que se dan en el sistema.

Palabras clave: sistemas, relaciones, grafos, análisis matemático.

ADVANCED RESEARCH METHODOLOGY: INTRODUCTION TO THE STUDY OF COMPLEX SYSTEMS AND ITS APPLICATIONS PART VI: GRAPHS

ABSTRACT

A way of modeling the complex relationships that exist between the different components of a system is through its mathematical abstraction. Graph theory studies the structure of these relationships and allows analysis and quantification of the relationships that exist in the system.

Key words: systems, relationships, graphs, mathematical analysis.

Rev. Hosp. Ital. B.Aires 2013; 33(3): 120-122.

“En la Europa central, el Rey de Bohemia y los caballeros teutones fundaron la ciudad de Königsberg. Como tantas otras ciudades medievales Königsberg... El perímetro de la isla de Kneiphof, en la parte central de la ciudad, estaba conformado por las ramas del río Pregel solo interrumpidas por 5 puentes a los que se agregaban los dos puentes de la isla conformada por las ramas de bifurcación este del río. Para combatir el desorden y el delito reinantes en la ciudad, el Rey designó a un antiguo caballero. Malor el teutón impuso a los condenados de los delitos más diversos una serie de penas tan perversas como curiosas. Una de ellas consistía en colocar al reo frente a uno de los puentes y obligarlo a efectuar un recorrido atravesando todos los puentes pero solo una vez. Los infelices prisioneros estaban condenados de antemano ya que tal recorrido era imposible aunque nadie nunca lo había podido probar.”¹

En matemática y ciencias de la computación, la teoría de grafos es el estudio de estructuras matemáticas (grafos), utilizadas para modelar relaciones apareadas entre objetos.

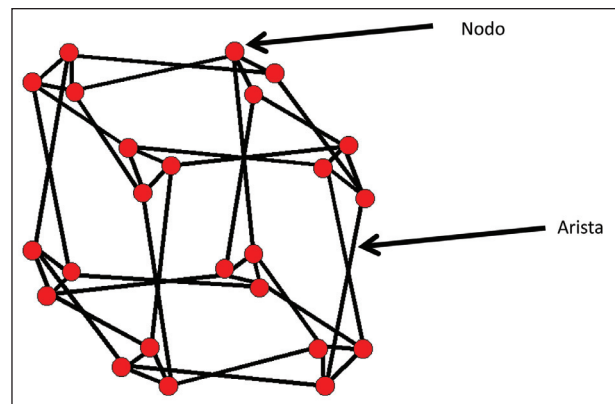


Figura 1. Estructura de un grafo.

La estructura de los grafos consta de nodos y aristas (Fig. 1). Más allá de la abstracción, los grafos pueden representar objetos individuales y las relaciones entre ellos. De esta manera, pueden “ser” nodos, personas, nacionalidades, edades, ingresos y marcadores biológicos, entre otros. Las aristas representarían, por ejemplo, relaciones como la amistad, la animosidad, grados de relaciones y niveles de correlación estadística.

Desde el punto de vista biomédico, un grafo es simplemente un modelo de una situación particular (enfermedad, proceso bioquímico, organización social, etc.), en forma de red. La ventaja del análisis de grafos reside en

Recibido: 22/07/2013

Aceptado: 15/08/2013

Laboratorio de Aprendizaje Biológico y Artificial (LBAL).
Instituto de Ciencias Básicas y Medicina Experimental (ICBME).
Hospital Italiano de Buenos Aires.
Correspondencia: pablo.argibay@hospitalitaliano.org.ar

¹Tomado de "El primer sueño" en: "Los siete puentes de Königsberg". Pablo Argibay. Editorial Bonsai, 2001.

que es posible analizar las relaciones entre las variables en una forma no factible con las técnicas estadísticas habitualmente utilizadas en medicina. Incluso, si la red incorpora una cantidad relativamente pequeña de variables (10 a 100, por ejemplo), es factible observar rápidamente, a simple vista, patrones geométricos de suma utilidad.

TIPOS DE GRAFOS

- **Indirectos o no dirigidos:** no hay una dirección de un nodo a otro en la arista correspondiente. Dicha arista se representa como una línea sin extremos de flecha (Fig. 2).
- **Grafos directos o dirigidos:** en este caso, la arista está orientada desde un nodo de origen a un nodo de destino (Fig. 3).
- **Árboles:** son grafos no dirigidos en los cuales cualquier par de nodos está conectado exactamente por una arista (grafos sin ciclo) (Fig. 4).
- **Multigrafos:** los nodos está conectados por más de una arista (Fig. 5).
- **Matriz de adyacencia**
Es una representación de la relación entre nodos adyacentes (Fig. 6).

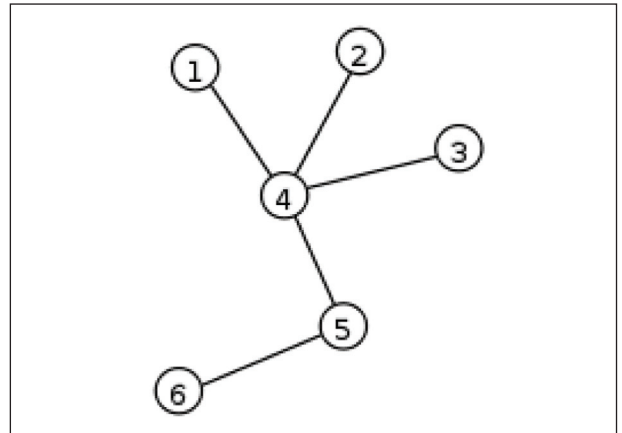


Figura 4. Representación de un árbol.

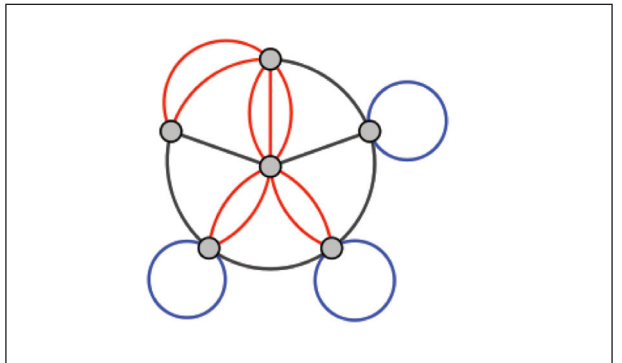


Figura 5. Representación de un multigrafo.

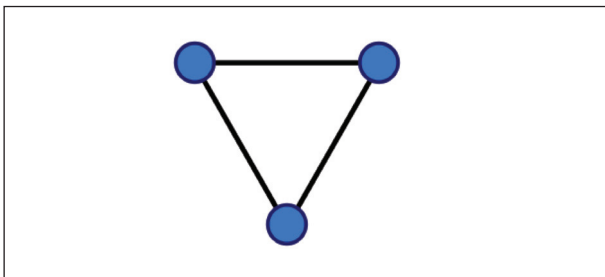


Figura 2. Representación de un nodo indirecto de 3 nodos y tres aristas. El número de nodos determina el tamaño del grafo.

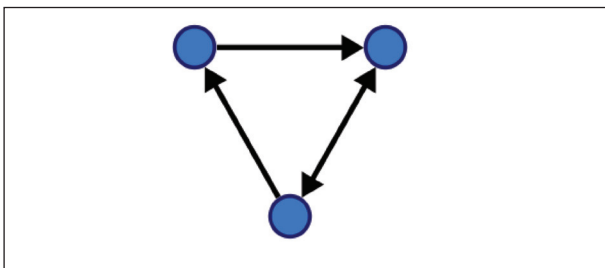


Figura 3. Las aristas en un nodo dirigido indican una dirección en la relación.

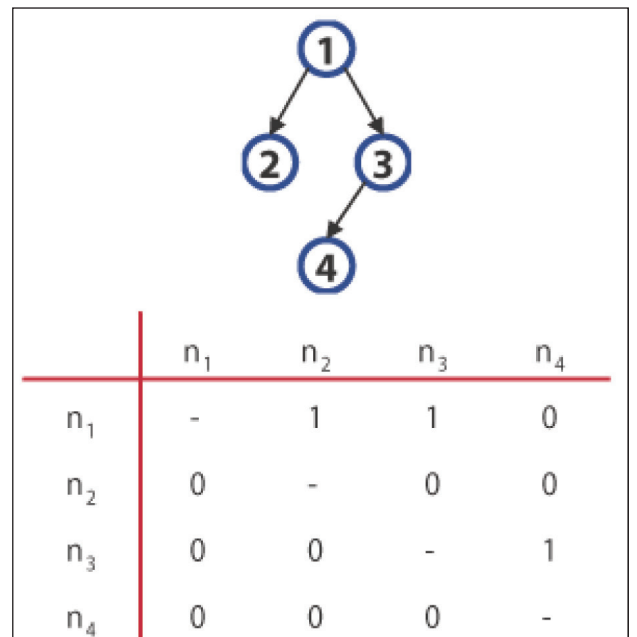


Figura 6. Matriz de adyacencia en la cual la relación entre los nodos está representada de manera binaria (1 o 0), según haya conexión o no. Por ejemplo, en el esquema, los nodos 2 y 4 no están conectados y en la matriz de adyacencia, el 0 indica la no conexión. Dado que se trata de un grafo dirigido, obsérvese que la fila n_1 y la columna n_2 están conectadas y la dirección es desde "1" a "2", ("1" en la matriz de adyacencia), mientras que la fila n_2 no está conectada con la columna n_1 ("0" en la matriz de adyacencia).

• Ponderación de los grafos

Es una manera de cuantificar la conectividad entre cada par de nodos (Fig. 7).

La “ponderación” es una representación de la “fuerza” de las conexiones. Dependerá del fenómeno representado, el tipo de unidades de la ponderación. Por ejemplo en una red social, la ponderación podría representar la fuerza o frecuencia de las interacciones sociales. En una representación de la Web, la ponderación pondría representar la cantidad de tráfico en Internet. En otros casos, la ponderación representa correlaciones estadísticas.

Grado (k)

Es una medida que cuantifica la conectividad de un nodo determinado (Fig. 8).

El grado de cada nodo nos da una medida de la importancia de un nodo en la red. Por ejemplo, en un grafo representativo de una red de interacción de genes, un nodo altamente

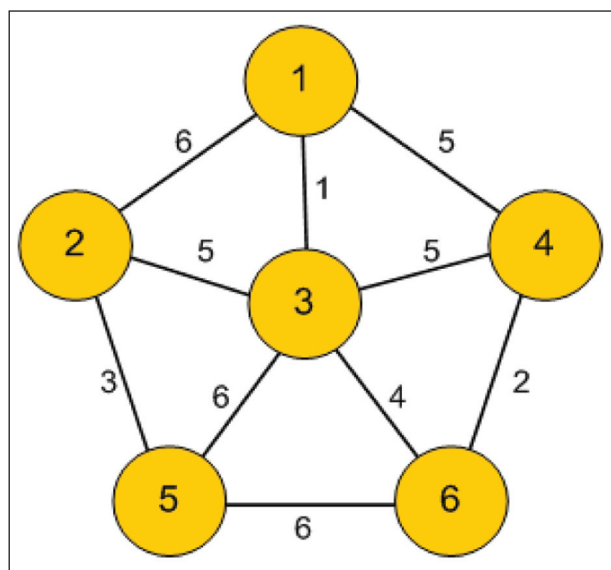


Figura 7. Representación de un grafo de 6 nodos en la que se observa sobre cada arista (conexión), un número que cuantifica la relación entre pares de nodos. Por ejemplo: la relación entre los nodos 1 y 4 tiene una “ponderación” de 5.

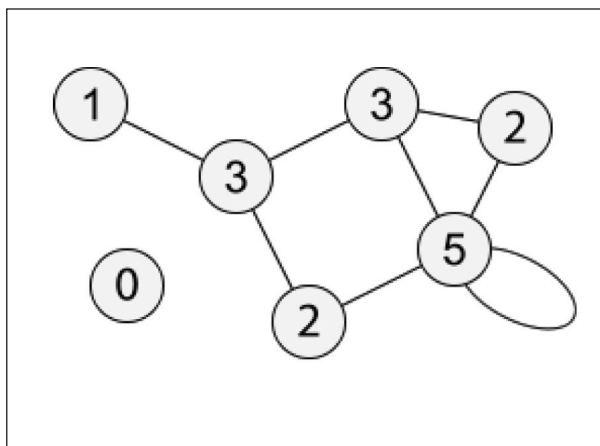


Figura 8. Representación de un grafo de 7 nodos. En el interior de cada nodo se representa el grado de este. Por ejemplo, el nodo con el número 5 indica que este nodo se comunica con tres nodos y a la vez consigo mismo (doble conectividad). El nodo rotulado “0” es, obviamente, un nodo desconectado.

conectado podría representar un gen de alta importancia en la red y, por lo tanto, altamente vulnerable en los procesos mediados por esa red.

Existen decenas de otras variables analizadas habitualmente en teoría de grafos y una cantidad elevada de bibliografía de diversos niveles. Sin embargo, tal vez lo más importante es destacar que en procesos con gran cantidad de nodos y con un análisis estadístico convencional poco fructífero, el tratamiento matemático de la red de interacciones puede evidenciar relaciones y procesos interesantes. En el análisis de procesos mediados por la interacción de miles de genes, por ejemplo, las redes transcriptómicas son pasibles de un análisis de grafos que nos permiten entender fenómenos de causalidad no lineal que hasta entonces eran atribuidos a una relación directa entre un gen y un proceso, patológico o no. Parecería que si la biología molecular logra brindar alguna luz sobre la fisiopatología de determinadas enfermedades, no será a través de “achacarle” a tal o cual gen la “culpa”, sino estudiando las interacciones y los patrones de expresión que hacen, por ejemplo, que determinadas enfermedades parezcan tener resultados contradictorios en cuanto al análisis de unos pocos genes.

Conflictos de interés: el autor declara no tener conflictos de interés.

BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

- Benarroch MC, et al. Nudos y nexos: redes en la escuela. Madrid: Síntesis; 1989.

- Trudeau RJ. Introduction to graph theory (Dover Books on Mathematics). New York: Dover; 2013. (Kindle ed.).

- Van Steen M. Graph theory and complex networks: an introduction. Amsterdam: Maarten van Steen; 2010.