

Metodología de la investigación avanzada: introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones Parte V: Teoría de redes

Pablo Argibay

“Todos en este planeta estamos separados por solo 6 personas. Seis grados de separación. Entre nosotros y cualquier otro en el planeta. El presidente de los Estados Unidos. Un gondolero en Venecia... estoy unido a todos por un camino de 6 personas. Una idea profunda: cómo cada persona es una nueva puerta hacia otros mundos.”

Ousa, a su hija¹

En la figura 1, ya conocida,² caracterizamos los sistemas complejos con fines didácticos en dos tipos: aquellos en los cuales interaccionaban pocas variables, sensibles a las condiciones iniciales y por lo tanto con comportamiento divergente a lo largo del tiempo, expresables mediante ecuaciones relativamente simples y caracterizados como “gobernados” por el caos determinista. Por otra parte, vimos que existen sistemas de mucho interés en biología y medicina, la mayoría, en los que observamos la interacción de numerosas variables, a partir de las cuales “emerge” una conducta observable con características de novedad cualitativa. Estos últimos sistemas son de difícil

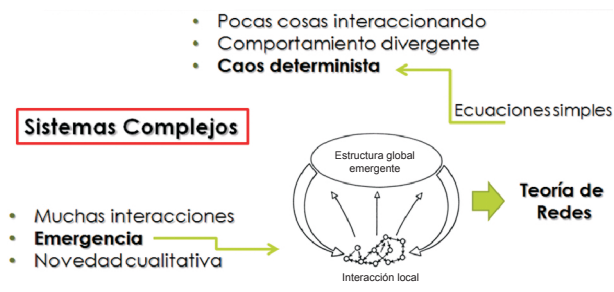


Figura 1. Caracterización de los sistemas complejos.

tratamiento matemático y, sin embargo, su patrón de interacciones puede ser entendido a través de herramientas de la denominada “teoría de redes”.

Pero... ¿qué es una red desde el punto de vista que nos interesa, es decir, como modelización de las interacciones de un grupo de variables en un sistema complejo?

Una red es un grafo a cuyos componentes se les otorga un significado, siendo estos, los grafos, un conjunto de objetos abstractos llamados vértices unidos por enlaces llamados aristas. Los grafos permiten representar relaciones entre los elementos de un conjunto. Los grafos se representan como un conjunto de puntos (vértices) unidos por líneas (aristas) (Fig. 2). En el caso de la Teoría de redes, los vértices son las variables de interés y las aristas, las relaciones que se establecen entre los vértices.

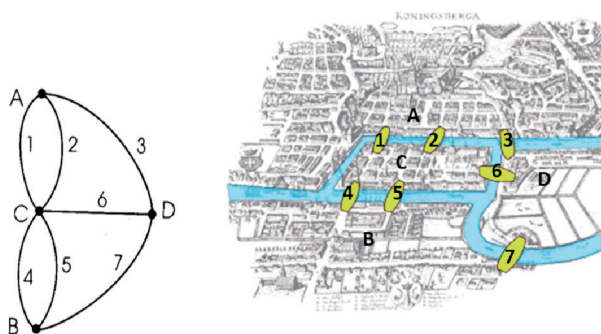


Figura 2. Representación de un grafo correspondiente al problema conocido como los 7 puentes de Königsberg,³ resuelto por Leonhard Euler y que se supone dio origen a la teoría de grafos. En el esquema de la izquierda se observan representados los puntos de tierra que van a ser unidos (Vértices: A, B, C, D) por los puentes (Aristas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

¹De *Chains* de Frigyes Karinthy.

²Véanse capítulos anteriores de esta serie de monografías en la revista del Hospital.

³En *Los siete puentes de Königsberg* he escrito una ficción acerca de este problema. Editorial Bonsai. Hay ejemplares a disposición de los interesados.

La Teoría de redes es particularmente útil a la hora de evaluar la estructura, el comportamiento y la evolución de sistemas complejos, como células, cerebros, ecosistemas, sociedades, la economía global, Internet, las redes sociales e, indudablemente, al ser humano, sus sistemas y enfermedades. En el caso del cerebro, las redes cerebrales se han comenzado a estudiar bajo la denominación de “conectoma” cerebral,⁴ entendiendo que la acción colectiva de células nerviosas individuales, unidas por una densa red de intrincada conectividad, hace emerger la conducta.

La Teoría de redes se ocupa fundamentalmente de estudiar en forma sistémica los componentes elementales de la red, sus interacciones, las propiedades emergentes (como el caso de la conciencia o la sociedad), los patrones geométricos de las redes y fundamentalmente aspectos relevantes de la conectividad. Por ejemplo, independientemente de las características individuales de un determinado vértice en una red, es importante conocer la cantidad de vértices unidos a él, ya que, por ejemplo, una alta conectividad hacia un determinado vértice hace de este un punto importante del funcionamiento de la red, a la vez que un punto frágil de ella. En el caso de los genes involucrados en determinado proceso patológico, un gen del cual dependen altamente muchos otros conectados funcionalmente a él puede ser determinante. Este tipo de estudios solo se puede hacer evaluando miles de vértices (genes) y su grado de conectividad (por ejemplo, la matriz de correlaciones estadísticas entre la expresión de todos esos genes). En el caso de las redes sociales puede ser interesante conocer propiedades de “centralidad”: ¿Qué individuos están más conectados que otros?, ¿Quiénes tienen más influencia?, y de “conectividad”: ¿Cómo se conectan los individuos en una red?, a la vez que un análisis de: ¿Qué individuo o grupo de individuos es crucial para la conectividad?, ¿Qué porcentaje de individuos o grupos de individuos, susceptibles a algún factor, pueden afectar la conectividad de la red?

En la figura 3 se observa un esquema extremadamente simple, pero didáctico, de la evolución de una red social compuesta de 10 individuos en una reunión y el flujo de la información. Al inicio, los individuos forman grupos pequeños de 2 a 3 individuos; sin embargo, a lo largo del desarrollo de la reunión, los individuos abandonan un grupo y se integran a otro portando un sistema de conexiones que modelan el flujo de determinada información, como un chisme por ejemplo.

Las redes sociales son particularmente interesantes en la actualidad, teniendo en cuenta la facilidad de comunica-

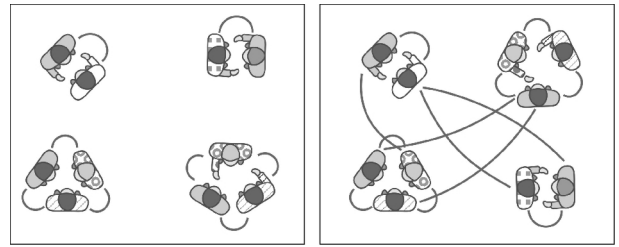


Figura 3. Esquema de una red extremadamente simple donde cada vértice es un individuo en una reunión social y cada arista es algún tipo de relación. Tomado de Albert-Laszlo Barabasi *Linked: the new science of networks*. Edición Kindle.

ción. Una red social está formada por conjuntos o grupos de personas con algún grado de contacto o interacción entre ellas. Entre esas personas pueden darse y estudiarse patrones de amistad-enemistad en un grupo social dado; relaciones comerciales entre compañías; grados de conocimiento y comunicación efectiva entre los alumnos de un aula virtual de aprendizaje. Las redes sociales facilitadas a través de las tecnologías de comunicación adquieren patrones diferentes de interacción a la vez que magnifican patrones existentes. Por ejemplo, el acoso—más conocido por el término inglés *bullying*—en sus variantes escolar, laboral o institucional no es un fenómeno nuevo y sin embargo hoy sus consecuencias son desastrosas por el fenómeno antes mencionado de “amplificación”. Cada vez más son más los suicidios de adolescentes expuestos al ridículo por las redes sociales; las burlas, el acoso y el “matoneo” que hace décadas solo hubieran quedado en el grupo y hasta podrían haber sido solucionados localmente carecen en la actualidad de límites geográficos y son prácticamente indetenibles a tal punto que el acosado no tiene defensa alguna ni literalmente lugar adonde ir. Sin embargo, el acoso no es un fenómeno de las tecnologías de redes sociales. El acoso es una disfunción de una red social antes de que esta se vuelva eficiente gracias a la tecnología. Es básicamente una coordinación patológica del grupo o red que podría “residir” en mecanismos ancestrales funcionalmente útiles hace millones de años, hoy disfuncionales y, lo que es peor, amplificados. La teoría de redes aplicada a una red social, amplificada y convertida tecnológicamente en eficiente puede facilitar el análisis y tratamiento de los mecanismos e interacciones resultantes en el abuso.

Está claro que el estudio de las redes solo puede ser fructífero a través de un abordaje transdisciplinario⁵ donde a través del lenguaje de las redes converjan diversos

⁴S. Seung. *Connectome: how the brain's wiring makes us who we are*. New York: Houghton Mifflin Harcourt Trade; 2012.

⁵Tomaremos el término “transdisciplina” como el abordaje de un problema desde varias disciplinas, pero sobre la base de un lenguaje y una metodología compartidos. Nos diferenciaremos así de los términos “multidisciplina” e “interdisciplina”, entendiendo como tales los abordajes en los cuales se reúnen diferentes disciplinas para solucionar un problema. Mientras que estos últimos implican un objetivo común desde saberes diferentes, la transdisciplina aspira a que primen el entendimiento y la comunicación entre disciplinas manteniendo cada disciplina su saber específico, pero manejando un lenguaje común con las otras. La transdisciplina favorece el descubrimiento y entendimiento de las propiedades emergentes.

expertos. El estudio de redes es de esta manera el estudio transdisciplinario de todo tipo de redes a través del contraste, la comparación e integración de técnicas y algoritmos desarrollados en disciplinas como la matemática, la estadística, la física, la biología, la medicina, la sociología y, sin lugar a dudas por su ubicuidad, las ciencias de la información y la computación. Las técnicas de estadística y la graficación son herramientas importantes en el análisis de las redes (por ejemplo, el análisis gráfico puede lograrse con un software relativamente simple y al alcance de cualquier usuario) y también son de suma utilidad en las redes medianas. Sin embargo, se requiere el análisis estadístico en grandes redes.

Nuestra especie ha evolucionado a lo largo de millones de años, con la modificación de redes ecológicas, biológicas y sociales, entre otras. Esto *per se* alcanza para justificar una aproximación de redes al estudio del ser humano y los procesos básicos que lo afectan.

BREVE PREHISTORIA DEL ESTUDIO DE LAS REDES

Entre los primeros estudios teóricos cabe destacar el correspondiente a Paul Erdős y Alfréd Rényi, quienes en 1959 propusieron un algoritmo para la formación de grafos al azar. Este algoritmo le otorga igual probabilidad a pares de nodos y los conecta con una probabilidad predefinida. Estos trabajos iniciales de la potencial organización de un grafo a partir de equiprobabilidades han derivado en aplicaciones posteriores sobre todo en el campo de las redes sociales y la autoorganización.

En el libro *Cadenas* (1930) del escritor húngaro Frigyes Karinthy, se plantea ficticiamente lo que podría ser la base de una teoría de la conectividad en redes sociales. La teoría de los seis grados de separación establece hipotéticamente que cada persona en el planeta puede estar conectada a cualquier otra persona a través de una cadena de conocidos que no tiene más de cinco intermediarios (seis aristas o conexiones). El sustento es el crecimiento exponencial del número de vértices (personas conocidas), en relación con el número de aristas (enlaces). Es decir, con pocos enlaces se pueden relacionar las personas del planeta. Empíricamente se han observado 5 grados de conexión en *Facebook* y 6.6 grados de separación en *NET Messenger Service*. Por otra parte Stanley Milgram, en su “experimento” acerca de la distancia (cuántos conocidos) entre 2 personas en Estados Unidos, establece que el número de intermediarios es 5.5. Claro que todos estos datos no necesariamente son generalizables y pueden ser cuestionables metodológicamente hablando. Solo llama la atención que concuerden en aproximarse a este concepto de los “seis grados de separación”.

EL MUNDO PEQUEÑO

El concepto de los pocos enlaces necesarios para conectar cualquier par de personas en el planeta tiene una base formal: si consideramos en un grafo una variable k , como el número de conexiones por nodo, y otra variable d , como el grado de separación entre esos nodos, tenemos que la red crecerá en números de nodos en cada etapa en una relación k^d (Fig. 4).

La separación media entre los vértices está dada por la relación $\log N / \log k$, siendo N el tamaño de la red. Para darnos una idea de cómo esos logaritmos “diluyen” las separaciones, tomemos por ejemplo una red de 1 000 000 000 (10^9) componentes: con un k de 10, es decir, si cada componente se puede relacionar con 10 componentes más de la red, la separabilidad media entre los componentes será de $\log 10^9 / \log 10$, lo que equivale a una separación media de 9. Es decir, 9 etapas en promedio le llevará a un elemento de la red conectarse con cualquier otro elemento de la red por más distante que este se encuentre.

La distancia L entre dos vértices, tomados al azar (n° de etapas), crece proporcionalmente con el logaritmo del número de nodos (N) que tiene la red ($L \propto \log N$).

LAS REDES DE TIPO “MUNDO PEQUEÑO” (SMALL WORLD NETWORKS)

Son grafos en los cuales una gran cantidad de nodos pueden ser alcanzados desde otros a través de un número pequeño de etapas. Para entender el concepto, tomaremos un ejemplo de las redes cerebrales:⁶ en el cerebro, los vértices de las redes de neuronas en determinadas escalas representan regiones cerebrales y las aristas, las conexiones: representan o bien conexiones anatómicas, o bien conexiones funcionales. El cerebro es una maravilla de la combinación de dos mecanismos de conexión, “segre-

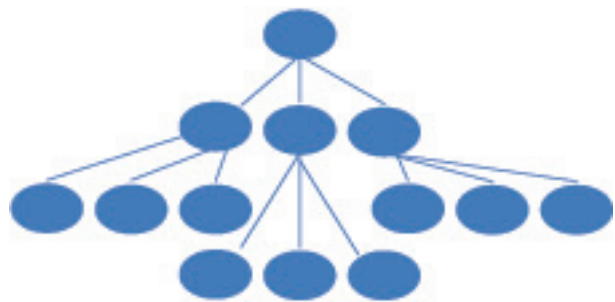


Figura 4. Esquema de un grafo en el que cada vértice tiene una capacidad de conectarse en una etapa siguiente (d), con tres vértices ($k = 3$). Observamos que en el primer grado de separación ($d = 1$), el crecimiento entre el vértice de inicio y la siguiente etapa es de 3 ($k^d = 3^1 = 3$), y en la siguiente etapa ($d = 2$), será de $3^2 = 9$. Con solo dos grados de separación la red ha crecido de 1 a 9 vértices conectados.

⁶Gerloff C, Hallett M. Big news from small world networks after stroke. *Brain*. 2010;133(4):952-5.

gación regional”; la actividad específica de determinada región o grupo de regiones e “integración global”, la capacidad de coordinar globalmente la actividad de áreas alejadas. En fisiología del cerebro se utiliza un parámetro denominado λ (lambda), que describe un promedio del número mínimo de conexiones que conectan cada vértice de la red (véase más arriba “El mundo pequeño”). Dado que el cerebro no procesa la información en forma secuencial y lineal sino en paralelo en forma relativamente simultánea, λ es una medida de la habilidad en propagar la información en esta forma en paralelo. Por otra parte, a nivel local, tenemos otro parámetro γ (gamma), que cuantifica la extensión que puede alcanzar la eficacia de transferencia de información local. Las redes de tipo “mundo pequeño” en el cerebro (y en otras redes altamente eficaces) se caracterizan por tener un alto γ y un bajo λ ; es decir, son sumamente eficaces a nivel local con un alto grado de conexión (“clusterización”), evitando un exceso de comunicación entre *clusters* (Fig. 5).

EL COEFICIENTE DE CLUSTERIZACIÓN

Dada la importancia de los agrupamientos o *clusters*, se hace necesario conceptualizar una manera de medir cuán compactos o agrupados están los vértices en un *cluster*. El coeficiente de clusterización⁷ se calcula teniendo en cuenta, a partir de un vértice, cuán conectados están entre sí los vértices conectados a ese vértice. El coeficiente se calcula como un cociente entre la conectividad real de esos vértices y la conectividad posible (Fig. 6). Las redes biológicas y sociales se caracterizan por tener un alto grado de clusterización.

El fenómeno “pequeño mundo” es un recurso altamente eficaz en redes de gran diámetro (longitud del más largo

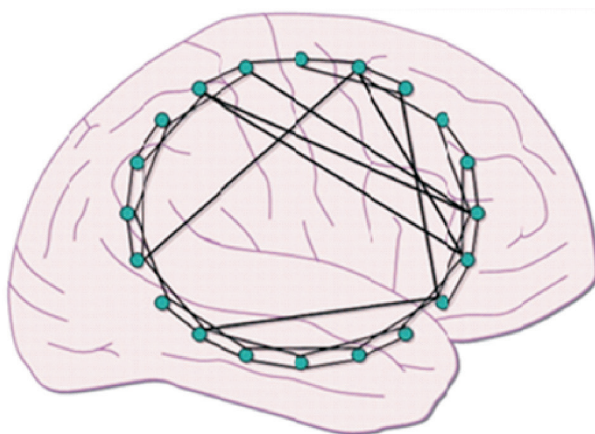


Figura 5. Ejemplo de red tipo “mundo pequeño” en el cerebro. Esta red presenta un alto grado de conexión (clusterización), evitando un exceso de comunicación entre *clusters*. Tomado parcialmente de: Gerloff C. y Hallett M. *Brain* 2010; 133: 952-955.

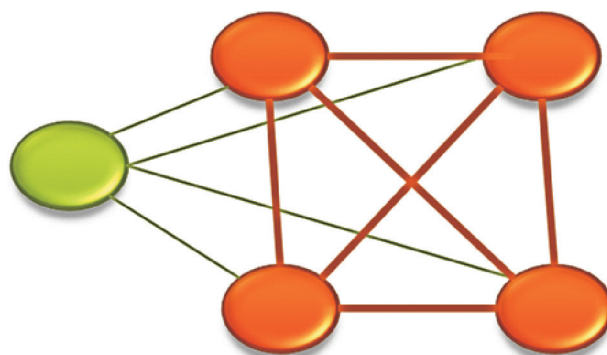


Figura 6. Esquema que representa un subgrafo (naranja), conectado a un vértice (verde). El subgrafo tiene un coeficiente de clusterización $CC = 6/6$, de 1, ya que su capacidad de interconexión de 6 aristas está cubierta.

de los más cortos caminos entre dos vértices de la red), en las cuales, a partir del agregado de un número pequeño de conexiones al azar, dicho diámetro cae permitiendo una conectividad más eficaz. En la figura 7 se observa una red de gran diámetro, no muy eficaz (Fig. 7A).

Estos elementos vecinos constituyen en sí un subgrafo con una potencial interconexión que en este caso es de 6. Dado que de las 6 conexiones solo se efectúan 3, la red tiene un coeficiente de clusterización de 3 ($CC=3/6$) (Fig. 7C). Sin embargo, si solo conectáramos al azar algunos vértices más (Fig. 7D), cambiaríamos la eficacia de conexión (separación entre nodos), manteniendo el mismo nivel de clusterización. Este modelo de red tipo “pequeño mundo” ha sido denominado “modelo de Watts-Strogatz”.⁷

El modelo de Watts-Strogatz demuestra que aun grandes redes no necesitan gran cantidad de conexiones al azar para tener propiedades de “pequeños mundos”, es decir, para disminuir la separación promedio entre sus componentes y de esta manera mejorar la conectividad. Ya vimos que, en el cerebro, este tipo de redes son altamente eficaces y se ha observado que en la reorganización cortical que se produce luego de un accidente cerebrovascular la eficacia global de la red puede ser afectada por un desequilibrio entre los mencionados parámetros λ (lambda), relacionado con el número mínimo de conexiones que unen cada vértice de la red (separabilidad), y γ (gama), relacionado con la eficacia de transferencia de información local.⁸

CONCENTRADORES DE CONECTIVIDAD (HUBS)

Supongamos que encontramos en un estadio un número importante de personas reunidas para presenciar un evento importante y efectuamos un experimento mental de red social: empezando desde la derecha de la primera fila proyectaremos el rostro de cada uno de los presentes en una pantalla y le pediremos a cada uno de los concurrentes

⁷Watts DJ, Strogatz SH. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*. 1998;393(6684):440-2.

⁸Wang L, Yu C, Chen H, et al. Dynamic functional reorganization of the motor execution network after stroke. *Brain*. 2010;133(4):1224-38.

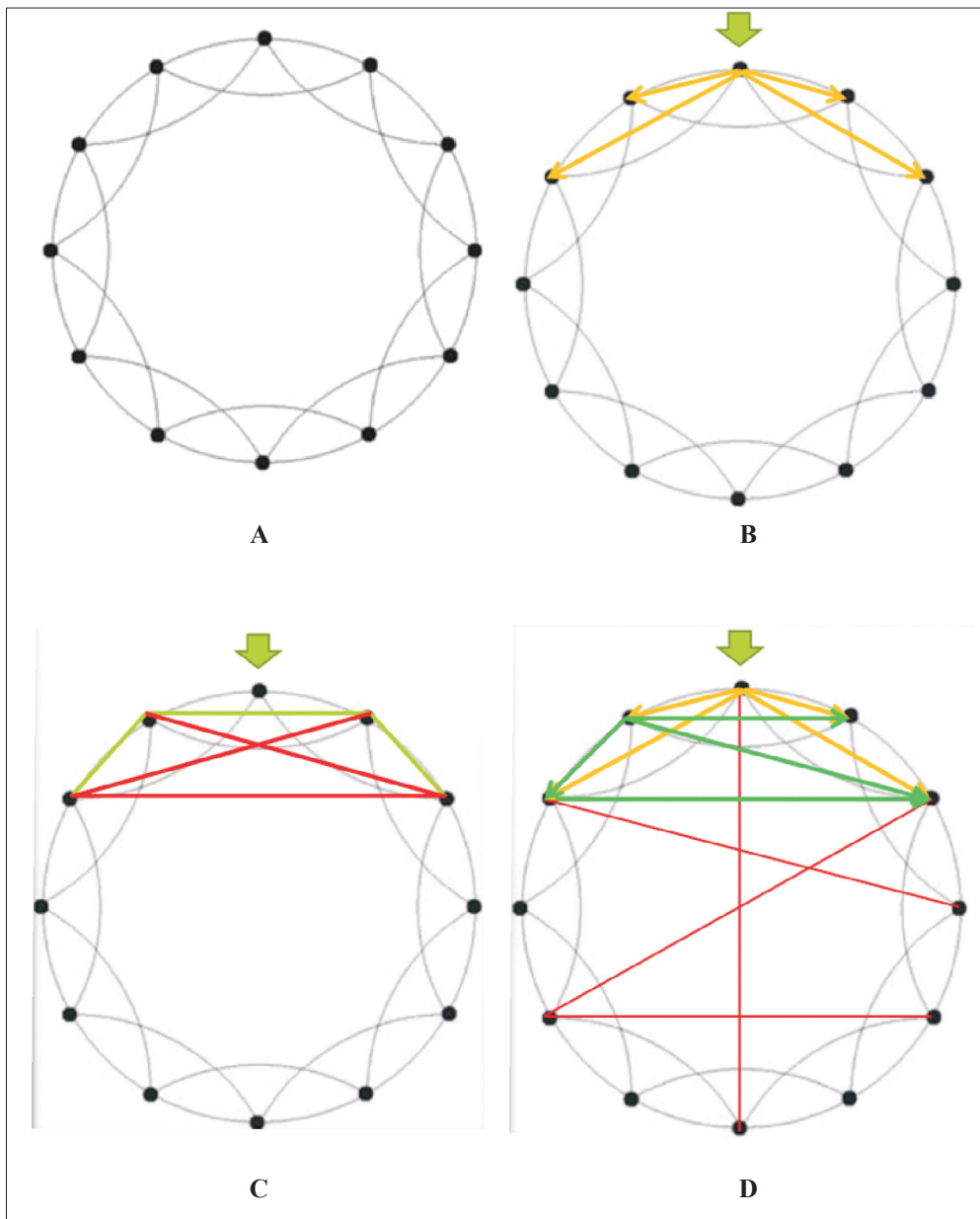


Figura 7. A. Red de conexiones entre elementos vecinos. B. En la red descrita en 7A, cada vértice (p. ej., flecha verde) está conectado directamente con sus dos vecinos más cercanos (flechas naranja). C. El subgrafo formado por los vecinos al vértice (flecha), tiene 3 conexiones reales (verde) y 3 conexiones potenciales más. Su coeficiente de clusterización es de esta manera $3 (3/6)$. D. Modelo de Watts-Strogatz. El agregado de un número pequeño de conexiones al azar (rojo), mejora la conectividad sin modificar el coeficiente de clusterización.

que pulse un botón si conoce a esa persona. La “votación” podrá ser representada como un conjunto de grafos, en algunos casos muy pequeños y en otros casos mayores. En la figura 8B reproducimos a escala (de otra manera sería imposible) lo que podría ocurrir con 10 espectadores. Para graficar esta pequeña red, antes deberemos construir una matriz como la de la figura 8A.

En esta matriz vemos espacios vacíos (azul), que corresponden al conocimiento que cada persona tiene de sí misma. Dado que no nos interesa como factor social en

esta red, lo anulamos. Luego tenemos filas (horizontales) y columnas (verticales), que corresponden a cada individuo. Comenzamos con la fila 1 y vemos que “1” conoce a “2” y a “3”, quienes están sentados a su lado y probablemente sean sus acompañantes, dado que “2” y “3” lo conocen a él. Cada 1 de la matriz implica conocimiento y cada 0, desconocimiento. El punto de partida de la flecha (arista) significa que el sujeto de partida conoce al de llegada. Las flechas de ida y vuelta implicarán conocimiento mutuo (véase Fig. 8B).

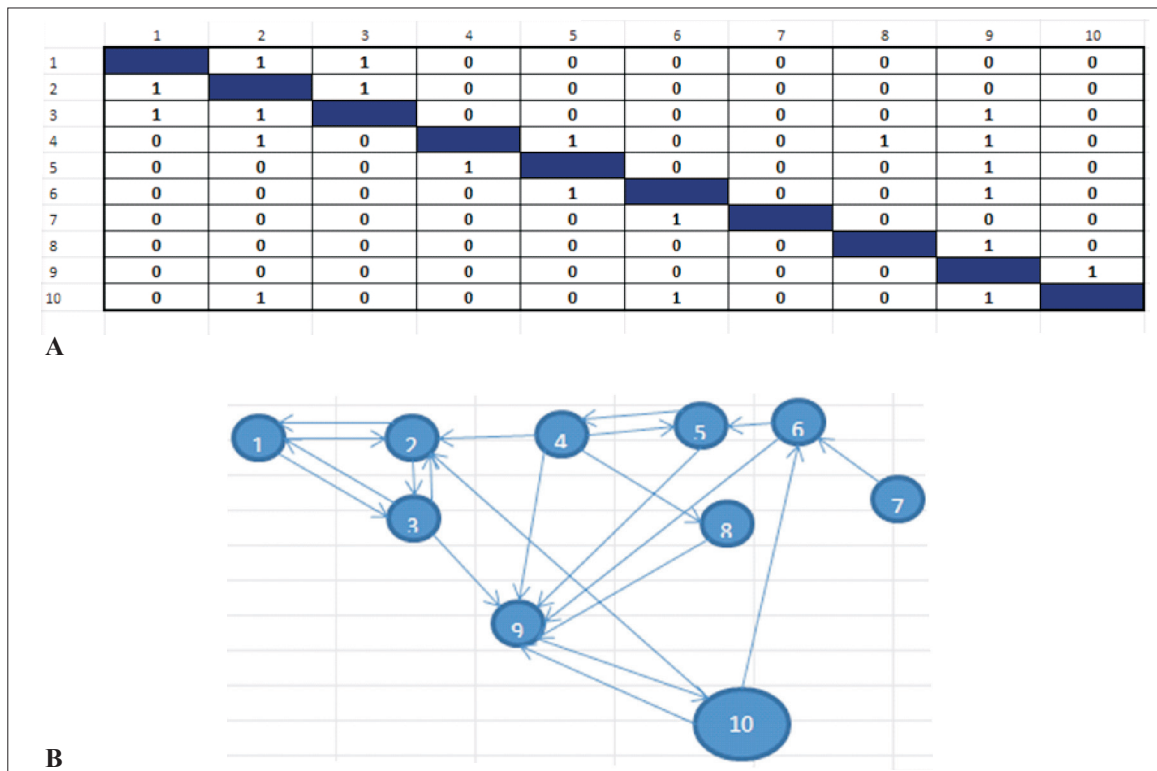


Figura 8. A. (matriz de adyacencia). Se representan en una matriz cuadrada las relaciones binarias (presencia o ausencia de una conexión), entre los nodos (columnas y filas de la matriz). En este caso se trata de una matriz cuadrada de 10 X 10 elementos o nodos. **B.** Grafo correspondiente a la matriz cuadrada de la figura 8A.

Inmediatamente nos llama la atención un vértice al que están conectados varios otros. Aparentemente muchos conocen a “9”; socialmente “9” es importante ya que es un concentrador o “hub”; en este caso es un concentrador de entradas. Es el ideal para mostrar un producto, una imagen o una idea ya que está altamente conectado. Podría darse el caso de que “9” fuera un concentrador de salidas; entonces sería importante como propagador de mensajes. En lugar de representar personas, cada vértice podría representar un gen, una reacción bioquímica, una respuesta fisiológica y otras tantas variables de interés biomédico, social, político, de red de aeropuertos. Por lo tanto, fácilmente puede imaginar el lector la importancia que los conectores tienen en las redes y la importancia de detectarlos.

La presencia de concentradores de entradas en la Web ha hecho que se refiera a esta como poco democrática por

cuestiones obvias: para ser leído uno tiene que ser visible y contar con muchas conexiones de entrada. De los sitios de Internet, el 90% tiene menos de 10 conexiones de entrada y un puñado de páginas recibe millones de entradas. La “red” no es igualitaria ni aleatoria. Wikipedia, Google o Amazon son concentradores.

Lo expuesto hasta acá ilustra la importancia de analizar las interacciones de variables a través de las herramientas de la Teoría de redes: por una parte, el valor gráfico de las representaciones en redes es insuperable y, por otro, es una de las pocas (si no la única), para evaluar las miles de variables que interaccionan en los sistemas complejos. Próximamente veremos más elementos de los que disponemos para el análisis de redes, a la vez que algunos elementos de la Teoría matemática de grafos.

BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

- Barabasi A. Linked: the new science of networks. Cambridge, MA: Perseus; 2011. Hay edición digital en inglés. Se trata de un libro de divulgación, ameno y poco técnico.
- Newman MEJ. Networks: an introduction. Oxford: Oxford University Press; 2010.

Se trata de un texto fundamental para aquellos que quieran comenzar a trabajar en redes. Es altamente técnico.

- Strogatz SH. Exploring complex networks. Nature. 2001; 410(6825): 268-76. Se trata de un artículo completo y con un grado creciente de complejidad.

- Watts DJ. Seis grados de separación: la ciencia de las redes en la era del acceso. Barcelona: Paidós; 2006. Hay edición en digital en inglés. Al igual que el primero, es un libro ameno y poco técnico.